

Numeri razionali: moltiplicazione dei numeri in forma frazionaria

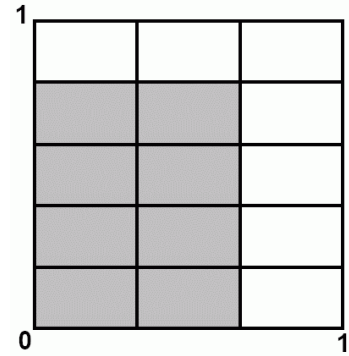
Approccio 1

L'area di un rettangolo è il prodotto delle misure dei suoi lati a e b .

Per questa ragione possiamo interpretare il

prodotto $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ come area di un rettangolo i cui

lati misurano $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$.



L'unità di misura della superficie è il quadrato di lato 1 e di area $1 \cdot 1 = 1$. Con la suddivisione scelta essa è divisa in $3 \cdot 5 = 15$ parti rettangolari uguali; ognuna di esse ha area $\frac{1}{15}$ dell'unità.

La superficie del rettangolo colorato è costituita da 8 parti colorate su un totale di 15 e perciò la sua area misura $\frac{8}{15}$.

Possiamo quindi dire che $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

Approccio 2

Moltiplichiamo 0,3 per 0,7.

$$0,3 \cdot 0,7 = 0,21 = \frac{21}{100}$$

Ricordiamo che

$$\frac{3}{10} = 3 : 10 = 0,3 \quad \frac{7}{10} = 7 : 10 = 0,7$$

Eseguendo la stessa moltiplicazione scrivendo i fattori in forma frazionaria abbiamo:

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{21}{100}$$

Dai risultati ottenuti possiamo osservare che il prodotto di frazioni è una frazione che ha per numeratore

.....
e per denominatore

In generale:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad \text{con } a, b, c, d \in \mathbb{Z}, b, d \neq 0$$

Alcuni esempi:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6} \qquad \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 9} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

Lavorare con i numeri in forma frazionaria a volte è più semplice che in forma decimale. Ad esempio, calcolare $0,4 \cdot 1,3$ è difficile; se però scriviamo i due numeri in forma frazionaria abbiamo $0,4 \cdot 1,3 = \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4 \cdot 4}{9 \cdot 3} = \frac{16}{27}$

La moltiplicazione tra frazioni gode delle proprietà:

- **Commutativa:** $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$
- **Associativa:** $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right)$

Valgono inoltre le seguenti uguaglianze:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{c \cdot a}{b \cdot d} = \frac{c}{b} \cdot \frac{a}{d} = \frac{a}{d} \cdot \frac{c}{b}$$

Prima di eseguire la moltiplicazione è utile ridurre le frazioni ai minimi termini.

$$\frac{14}{49} \cdot \frac{45}{15} = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{7}$$

Nel caso della moltiplicazione è possibile semplificare anche numeratori e denominatori di frazioni diverse:

$$\frac{45}{49} \cdot \frac{14}{15} = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{1} = \frac{6}{7}$$

Perché è possibile?

$$\frac{45}{49} \cdot \frac{14}{15} = \frac{45 \cdot 14}{49 \cdot 15} = \frac{14 \cdot 45}{49 \cdot 15} = \frac{14}{49} \cdot \frac{45}{15} = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{7}$$

Alcuni altri esempi di questo tipo di semplificazione:

$$\frac{8}{25} \cdot \frac{15}{4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{5} \qquad \frac{10}{9} \cdot 6 = \frac{10}{3} \cdot 2 = \frac{20}{3}$$

Esercizi:

1. Semplifica in modo opportuno e poi calcola. Presenta i risultati ai minimi termini.

a) $\frac{8}{75} \cdot \frac{25}{16} =$

e) $\frac{25}{-21} \cdot \frac{-7}{15} =$

b) $\frac{7}{15} \cdot \frac{9}{35} =$

f) $\frac{81}{95} \cdot \frac{19}{9} =$

c) $\frac{12}{15} \cdot \frac{-10}{3} =$

g) $\frac{1}{3} \cdot 6 =$

d) $\left(-\frac{9}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) =$

h) $\frac{24}{99} \cdot 0 =$

2. Quali delle seguenti scritte sono equivalenti a $\frac{a}{5}$?

$$1 \cdot \frac{a}{5} \quad \frac{1}{5}a \quad 5 \cdot \frac{a}{5} \quad a \cdot \frac{1}{5}$$

3. Completa:

a) $\dots \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{4} \cdot \dots = \frac{3}{2}$

b) $\dots \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{33}$

e) $\frac{2}{4} \cdot \dots = -\frac{3}{5}$

c) $\frac{2}{4} \cdot \dots = \frac{1}{6}$

f) $\dots \cdot \frac{-3}{7} = 2$

4. Calcola i prodotti e poi riduci i risultati ai minimi termini. Quando è più comodo semplificare?

a) $\frac{10}{3} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{1}{3} =$

b) $\frac{15}{7} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{14}{9} =$

c) $\frac{11}{7} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{5}{11} =$

d) $\frac{-44}{12} \cdot \frac{45}{-33} \cdot \frac{-14}{9} =$

5. Semplifica le seguenti espressioni:

a) $\frac{3a}{5} \cdot \frac{10a}{6} =$

c) $\frac{2x}{3} \cdot \frac{6y}{4} \cdot \frac{x}{7} =$

b) $\frac{5}{10} \cdot a \cdot \frac{2}{3a} \cdot \frac{a}{5} =$

d) $a \cdot \frac{3}{4} + a \cdot \frac{1}{3} =$

6. Calcola ed esprimi il risultato ridotto ai minimi termini:

a) $\frac{5}{2} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{11}{5} - 2 \right) =$

b) $\frac{4}{5} - 2 \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{7} - 1 \right) \right) =$

c) $\left(\frac{1}{5} + \left(\frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{8}{11} \right) + \frac{3}{2} \right) \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{15} \right) \right) \cdot \frac{3}{2} - 1 =$
